

# 《线性代数》课程教学大纲

## 一、课程基本信息

课程名称（中文）	线性代数				
课程名称（英文）	Linear Algebra				
课程类别	通修课	课程性质	必修	授课语言	中文
授课学期	1（大类）/2		学分	3	
课程学时及分配	总学时	理论学时	实践学时	课外学时	
	48	48	0	0	
适用专业	理工文各专业				
教材	陈群等，线性代数（第一版），上海交通大学出版社，2022.08				
授课学院	数学与统计学院				
先修课程	初等数学				
后续课程	概率统计、计算方法等				
课程简介	<p><b>课程基本定位：</b>《线性代数》是非数学类专业本科生必修的重要公共基础课程之一，也是硕士研究生入学考试数学科目中的一部分，为现代社会各领域提供必备的数学工具，在培养学生的数学素养和创新思维与能力等方面具有独特的、不可替代的作用，不仅为学生后续课程的学习提供必要的数学知识，更培养学生应用数学知识解决实际问题的意识与能力。本课程以线性方程组解的讨论为核心内容，具有较强的逻辑性、抽象性与广泛的实用性，从知识、能力、素养三个维度，以培养复合型与专业型相结合的人才为目标，以重基础、宽口径的人才培养方式，着力培养学生具备基本的数学素养与能力以及为社会服务的较高政治素养。</p> <p><b>核心学习结果：</b>通过本课程的学习，学生能熟练掌握行列式、矩阵、向量的线性相关性、线性方程组、方阵的特征值与特征向量、二次型等方面的基本概念、理论及运算技能，具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、自主学习能力、综合运用所学知识分析解决问题的能力、创新思维能力，为后续课程学习和进一步提高数学素养奠定必要的数学基础。</p> <p><b>主要教学方法：</b>讲授法、讨论法、直观演示法、练习法、任务驱动法、混合式教学法、案例法</p>				
大纲更新时间	2024年1月20日				

## 二、课程目标

序号	课程目标	达成途径
1	<p><b>知识目标</b></p> <p><b>1.1</b> 学生掌握二阶、三阶行列式的对角线法则，排列与排列的逆序数的计算，奇偶排列，<math>n</math> 阶行列式的定义、性质与计算，行列式的余子式与代数余子式，行列式按行（列）展开法，克拉默法则，含参齐次线性方程组解的讨论等。</p> <p><b>1.2</b> 学生理解矩阵、伴随矩阵、分块矩阵、方阵的行列式、逆矩阵等概念、运算及性质，会利用逆矩阵解矩阵方程。</p> <p><b>1.3</b> 学生会利用初等变换求矩阵的行阶梯形和行最简形，理解初等变换与初等矩阵之间的关系，可逆矩阵与初等矩阵的关系，满秩矩阵与可逆矩阵之间的关系，矩阵秩的性质，非齐次线性方程组有解的充要条件，齐次线性方程组有非零解的充要条件等。</p> <p><b>1.4</b> 学生理解向量组的线性组合、线性表示、线性相关性，向量空间的基、维数、坐标，向量的内积、规范正交基及正交矩阵等概念与性质，会判断向量组的线性相关性，会求极大线性无关组和向量组的秩、齐次线性方程组的基础解系和通解、非齐次线性方程组的特解和通解、过渡矩阵，会用施密特正交化方法求规范正交基。</p> <p><b>1.5</b> 学生理解矩阵的特征值与特征向量、特征多项式、特征方程、矩阵的迹、相似矩阵等概念与性质，会求矩阵的特征值和特征向量，理解矩阵可相似对角化的充要条件、实对称矩阵的性质，掌握矩阵相似对角化、实对称矩阵正交对角化的方法。</p> <p><b>1.6</b> 学生理解二次型的矩阵表示法、二次型的秩、标准形、规范形、正定性、合同变换和合同矩阵等概念，会用正交变换和配方法化二次型为标准形，会判断二次型的正定性。</p>	<p>(1) 注重基本概念的讲解，问题的分析，前后知识的比较、关联与总结。</p> <p>(2) 引导学生关注基本概念、基本思想与方法产生的背景，鼓励学生将所学知识迁移运用到不同问题情境。</p> <p>(3) 以学生为中心，问题为导向，结合多种教学手段，加强课堂交流与互动，激发学生的学习热情与兴趣，培养学习能力，增加学习自信。</p>
2	<p><b>能力目标</b></p> <p><b>2.1</b> 通过行列式、矩阵、线性方程组相关概念及运算的学习，学生了解到线性代数的发展历程，能掌握解决相关问题的新工具，培养一定的创新精神和创新能力。</p> <p><b>2.2</b> 通过学习向量组和向量空间的相关理论，学生具有一定的抽象思维、逻辑推理、空间想象和数学语言表达能力。</p> <p><b>2.3</b> 通过学习矩阵的初等变换、特征值与特征向量、二次型</p>	<p>(1) 遵循问题驱动原则的新授课教学，力求使学生掌握数学基本思想与方法，培养学生的分析思考能力、严谨的逻辑推理能力。</p> <p>(2) 教师主导下以学生</p>

	<p>等相关理论,学生具有运用所学知识分析、解决问题的能力,为后续课程的学习奠定必要的数学理论基础。</p> <p><b>2.4</b> 学生具有一定的数学建模能力,善于发现并提出问题,会用准确的数学语言表达、加工数学知识与信息,建立数学模型,求解模型,在提出新概念、新思想、新方法的过程中,提高综合解决问题的能力与创新思维能力。</p>	<p>为主体的习题课教学,培养学生解决问题的能力、证明和计算的能力、分析和综合的能力。</p> <p>(3)大视野下的教学观,通过建立交叉学科的联系,关注应用案例,培养学生处理新问题的能力 &amp; 创新意识。</p>
3	<p><b>素养目标</b></p> <p><b>3.1</b> 学生了解一定的数学文化知识,具有崇尚真理、不断探索的科学精神以及严谨求实的学习和生活态度。</p> <p><b>3.2</b> 学生会用数学抽象、归纳猜想、逻辑推理、数据分析等数学思想方法,对客观事物中的数量关系和数学模式做出思考和判断,具有一定的数学素养和创新思维。</p> <p><b>3.3</b> 厚植爱国情怀,学生能树立正确的世界观、人生观和价值观,具有一定的团队协作精神,自信友爱。</p>	<p>(1)教学中融入思政元素,通过数学史、数学家的故事以及数学在生活中的应用,弘扬民族精神,厚植爱国情怀。</p> <p>(2)加强课堂互动,建立互助学习小组,充分发挥学生的主动性与积极性,培养学生的团队协作精神,增强学习自信。</p>

### 三、理论教学内容

章标题	教学内容	学时	思政融入点	学生学习预期成果	教学方式	课程目标
第一章 行列式	1.1 二阶与三阶行列式	2	<p>(1)培养学生循序渐进地认识、分析问题,树立凡事脚踏实地,从基础做起,从点滴做起,积跬步以至千里的理念。</p> <p>(2)按行列式的定义计算一个29阶行列式时,若用我国超级计算机——太湖之光计算,需要将近5万年的时间,引出计算行列式的后续方法,并普及我国超算的基本情况,弘扬科学精神,厚植</p>	<p>(1)了解行列式的对角线法则,会计算排列的逆序数。</p> <p>(2)理解余子式、代数余子式、<math>n</math>阶行列式的概念与性质。</p> <p>(3)掌握范德蒙德行列式和<math>n</math>阶行列式的计算。</p> <p>(4)会用克拉默法求线性方程组的解。</p>	<p>讲授法 讨论法 演示法 练习法 任务驱动法 混合式教学法 案例法</p>	<p>目标 1.1 目标 2.1 目标 2.4 目标 3.1 目标 3.2 目标 3.3</p>
	1.2 $n$ 阶行列式的定义	2				
	1.3 $n$ 阶行列式的性质	2				
	1.4 行列式按行(列)展开	2				

	1.5 克拉默法则	2	<p>爱国情怀。</p> <p>(3) 介绍范德蒙德的事迹，培养学生严谨的科学观及不断钻研的精神。</p>			
第二章 矩阵的运算	2.1 矩阵的概念	2	<p>(1) 通过列举特殊数字矩阵，如含有建党百年纪念日，杭州亚运会开幕日等，让学生感受数字背后祖国的发展。</p> <p>(2) 由单位矩阵在矩阵运算中所起的作用，引导学生做单位矩阵式人物，树立崇高学习指向，建立积极人生观。</p> <p>(3) 通过分享数学家凯莱的故事，培养学生实事求是、锲而不舍的科学精神。</p> <p>(4) 判断矩阵是否可逆体现了以量定质的辩证思想。</p>	<p>(1) 理解矩阵、分块矩阵、对称矩阵、反对称矩阵、逆矩阵、伴随矩阵、方阵的行列式等概念与性质。</p> <p>(2) 掌握矩阵可逆的充要条件，会用伴随矩阵求逆矩阵。</p> <p>(3) 掌握矩阵、分块矩阵的运算，分块矩阵求逆矩阵的方法。</p>	<p>讲授法 讨论法 演示法 练习法 任务驱动法 混合式教学法 案例法</p>	<p>目标 1.2 目标 2.1 目标 2.4 目标 3.1 目标 3.2 目标 3.3</p>
	2.2 矩阵的基本运算	2				
	2.3 分块矩阵	2				
	2.4 方阵的行列式及其逆矩阵	2				
第三章 矩阵的初等变换	3.1 矩阵的初等变换与初等矩阵	2	<p>(1) 介绍高斯消元法解线性方程组发现的过程，引导学生在面对困难时要有解决困难的勇气和信念。</p> <p>(2) 哈尔滨工业大学和哈尔滨工程大学 2020 年被禁用数学基础软件 Matlab，引导学生反思，进而激发学生科技报国的责任担当。</p> <p>(3) 初等变换不改变矩阵的秩，这体现了形变质不变的辩证思想。</p> <p>(4) 介绍古代中外数学家在线性方程组求解方面的贡献，重点介绍我国的《九章算术》，树立学生的文化自信，增强学生的民族自豪感。</p>	<p>(1) 了解初等矩阵、矩阵等价的概念与性质。</p> <p>(2) 理解矩阵的初等变换、最高阶非零子式、矩阵的秩等概念与性质。</p> <p>(3) 掌握矩阵的初等变换与初等矩阵的关系，会用初等变换法求矩阵的秩与逆矩阵，会解矩阵方程。</p> <p>(4) 会讨论并求解线性方程组。</p>	<p>讲授法 讨论法 演示法 练习法 任务驱动法 混合式教学法 案例法</p>	<p>目标 1.3 目标 2.1 目标 2.3 目标 2.4 目标 3.1 目标 3.2 目标 3.3</p>
	3.2 矩阵的秩	2				
	3.3 线性方程组的解	2				

第四章 向量空间及线性方程组解的结构	4.1 $n$ 维向量及其线性运算	2	(1) 由平面和空间向量组线性相关性之间的联系, 培养学生的空间想象力和勇于探索的科学精神。	(1) 了解 $n$ 维向量空间、基、维数、内积、坐标变换、规范正交基、正交矩阵等概念与性质, 会求过渡矩阵。	讲授法 讨论法 演示法 练习法 任务驱动法 混合式教学法 案例法	目标 1.4 目标 2.2 目标 2.4 目标 3.1 目标 3.2 目标 3.3
	4.2 向量组的线性相关性	2	(2) 极大无关组可生成向量空间, 星星之火可以燎原, “不忘初心, 牢记使命”, 激励学生为中国的繁荣昌盛努力奋斗。	(2) 理解向量的线性组合、线性表示、线性相关性、向量组的极大无关组、向量组的秩、向量组等价的概念、性质及运算, 会求向量组的极大无关组和秩。		
	4.3 向量组的秩	2	(3) 介绍向量组的极大无关组在合理设置气象观测站中的应用, 引导学生要节约资源, 减少浪费。	(3) 会判断向量组的线性相关性, 掌握线性无关向量组正交规范化的施密特正交化方法。		
	4.4 向量空间	2	(4) 由向量空间与基之间的关系, 引导学生树立“只有夯实基础, 才能筑起知识的摩天大楼”的人生价值观。	(4) 掌握线性方程组解的性质, 会求线性方程组的通解。		
	4.5 向量的内积与正交矩阵	2	(5) 介绍线性方程组在卫星定位中的应用, 进而介绍我国航天事业的发展, 激发学生的爱国情怀, 引导学生探索未知, 勇于创新。			
	4.6 线性方程组解的结构	2				
第五章 方阵的特征值与对角化	5.1 方阵的特征值与特征向量	2	(1) 介绍特征值与特征向量在搜索引擎等方面的应用, 让学生认识到现代社会的先进工程技术不少都是建立在扎实的基础理论特别是数学知识之上, 激励学生大胆尝试, 敢于创新。	(1) 理解矩阵的特征值、特征向量、相似矩阵的概念与性质, 会求矩阵的特征值与特征向量。	讲授法 讨论法 演示法 练习法 任务驱动法 混合式教学法 案例法	目标 1.5 目标 2.3 目标 2.4 目标 3.1 目标 3.2 目标 3.3
	5.2 方阵的相似矩阵及对角化	2	(2) 介绍华人数学家、菲尔兹奖获得者陶哲轩证明了特征向量的全新求解公式, 引导学生要具有追求科学真理的勇气和精神, 并能为之付出艰辛的努力。 (3) 在分析方阵的可对角化	(2) 理解矩阵可相似对角化的充要条件, 实对称矩阵的特征值、特征向量的性质, 会将矩阵化为相似对角矩阵。		

	5.3 实对称矩阵的对角化	2	与不可对角化时，引导学生联系“对立和统一”的辩证关系。 (4)相似变换不改变矩阵的特征值，体现了“形变质不变”的辩证思想。			
第六章 二次型	6.1 二次型及其矩阵表示	2	(1)合同变换不改变二次型的正、负惯性指数，喻示我们要学会透过现象看本质。 (2)根据二次型矩阵的特征值来判断二次型是否正定运用了量变与质变的辩证关系。	(1)了解二次型及其标准形和规范形、秩、合同变换、合同矩阵的概念以及惯性定理，会用配方法化二次型为标准形。 (2)理解正定二次型、正定矩阵的概念，掌握其判别法。 (3)掌握二次型及其矩阵表示，会用正交变换化二次型为标准形。	讲授法 讨论法 演示法 练习法 任务驱动法 混合式教学法 案例法	目标 1.6 目标 2.3 目标 2.4 目标 3.1 目标 3.2 目标 3.3
	6.2 化二次型为标准形	2				
	6.3 正定二次型	2				

## 四、课程评价

### (一) 考核内容、考核方式与课程目标对应关系

课程目标	考核内容	课程目标在各考核方式中占比		
		平时表现	期中考试	期末考试
<b>1. 知识目标</b> 理解基本概念，掌握基本技能	重要基本概念、性质及知识体系，行列式与矩阵理论、逆矩阵、向量组的线性相关性、线性方程组解的结构与计算、方阵的特征值与特征向量、相似对角化、二次型等	40%	40%	40%
<b>2. 能力目标</b> 把握数学思想与方法，形成解决问题的能力	数形结合、归纳、化归、分类、类比、辩证思想与方法，解决实际问题的能力等	40%	40%	40%
<b>3. 素养目标</b> 具有一定的数学素养和创新思维	学习态度、团队协作、数学思维、逻辑推理与证明等	20%	20%	20%

合计	100%	100%	100%
各考核方式占总成绩权重	10%	20%	70%

## (二) 考核方式评分标准

### 1. 平时表现评分标准

课程目标	评分标准					占比
	90-100 (优)	80-89 (良)	70-79 (中)	60-69 (及格)	0-59 (不及格)	
<b>1. 知识目标</b> 理解基本概念，掌握基本技能	能按时完成课程作业，质量较高	能按时完成课程作业，有些问题解答有误	基本上能按时完成课程作业，质量一般	偶尔不能按时完成课程作业，质量一般	经常不能按时完成课程作业，质量较差	40%
<b>2. 能力目标</b> 把握数学思想与方法，形成解决问题的能力	积极完成课外拓展特色作业、能主动思考和探索	完成课外拓展特色作业，但不够主动	基本能完成课外拓展特色作业，表现一般，偶有缺席	很少完成课外拓展特色作业，且完成质量不高	不完成课外拓展特色作业	40%
<b>3. 素养目标</b> 具有一定的数学素养和创新思维	积极参加小组讨论等教学活动，没有无故缺课和迟到现象	参加小组讨论等教学活动不够主动，没有无故缺课和迟到现象	参加小组讨论等教学活动被动，上课偶有迟到	参加小组讨论等教学活动被动，有无故缺课、迟到现象	参加小组讨论等教学活动被动，常无故缺课、迟到早退	20%

### 2. 期中/期末考试评分标准

课程目标	评分标准					占比
	90-100 (优)	80-89 (良)	70-79 (中)	60-69 (及格)	0-59 (不及格)	
<b>1. 知识目标</b> 理解基本概念，掌握基本技能	概念准确，掌握基本运算	概念较准确，基本运算掌握但不熟练	概念较准确，运算基本掌握，但不熟练	概念有混淆，少量基本运算没有掌握	概念不清楚，基本运算未能掌握	40%
<b>2. 能力目标</b> 把握数学思想与方法，形成解决问题的能力	理解深刻，解决问题能力较强，碰到新问题能自己分析解决	理解但不够深刻，解决问题能力较强，但变通性欠缺	理解不够深刻，解决综合问题的能力一般	理解存在偏差，解决综合问题的能力欠缺	解决问题能力较差，对已讲授过的问题未能掌握	40%

<b>3. 素养目标</b> 具有一定的数学素养和创新思维	数学的逻辑思维能力较强，有很好的数学素养	数学的逻辑思维能力较强，有较好的数学素养	数学的逻辑思维能力一般，数学素养一般	数学的逻辑思维能力较弱，数学素养较差	数学的逻辑思维能力弱，数学素养差	20%
----------------------------------	----------------------	----------------------	--------------------	--------------------	------------------	-----

## 五、参考书目及学习资料

1. 同济大学数学科学学院编，线性代数（第七版），高等教育出版社，2023
2. 陈建龙等，线性代数，科学出版社（第三版），2023
3. 黄廷祝，线性代数与空间解析几何（第六版），高等教育出版社，2022
4. 史蒂文·J.利昂，莉塞特·G.德·皮利什，线性代数（第十版），机械工业出版社，2023
5. 谢启鸿，姚慕生，吴泉水，高等代数学（第四版），复旦大学出版社，2022
6. 戴维·C.雷，史蒂文·R.雷，朱迪·J.麦克唐纳，线性代数及其应用（第六版），机械工业出版社，2023
7. 张天德，孙钦福，线性代数精选精解 700 题（第一版），高等教育出版社，2022
8. 陈群，陈丽娟，吴亚娟，线性代数学习指导与练习（第一版），上海交通大学出版社，2019

制定人：陈群

审定人：黄瑜，吴亚娟

批准人：朱建

2024 年 1 月 20 日